

Foglio di esercizi

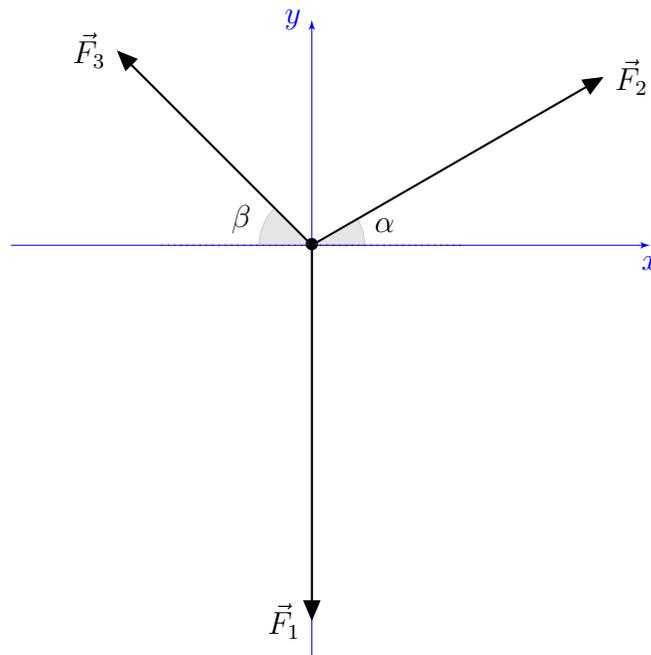
Equilibrio del punto materiale

Alessio Del Vigna

25 giugno 2022

1 Un esercizio svolto

Esercizio 1. Su un punto materiale agiscono tre forze, come mostrato in figura. Il punto materiale è in equilibrio e si ha $F_1 = 10$ N, $\alpha = 30$ deg e $\beta = 45$ deg. Calcolare il modulo delle forze \vec{F}_2 e \vec{F}_3 .



Soluzione. Scriviamo le tre forze in componenti rispetto al riferimento cartesiano raffigurato in blu:

$$\vec{F}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -F_1 \end{pmatrix}, \quad \vec{F}_2 = \begin{pmatrix} F_2 \cos \alpha \\ F_2 \sin \alpha \end{pmatrix}, \quad \vec{F}_3 = \begin{pmatrix} -F_3 \cos \beta \\ F_3 \sin \beta \end{pmatrix}.$$

Il punto materiale è in equilibrio se e solo se la risultante delle forze è $\vec{0}$. La risultante è

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \begin{pmatrix} F_2 \cos \alpha - F_3 \cos \beta \\ -F_1 + F_2 \sin \alpha + F_3 \sin \beta \end{pmatrix},$$

per cui il punto materiale risulta in equilibrio se e solo se

$$\begin{cases} F_2 \cos \alpha - F_3 \cos \beta = 0 \\ -F_1 + F_2 \sin \alpha + F_3 \sin \beta = 0 \end{cases}.$$

Quello appena scritto è un sistema di equazioni in cui le incognite sono F_2 e F_3 . Iniziamo ricavando F_2 dalla prima equazione:

$$F_2 = F_3 \frac{\cos \beta}{\cos \alpha}. \quad (1)$$

Sostituendolo nella seconda si ha:

$$\begin{aligned} 0 &= -F_1 + F_2 \sin \alpha + F_3 \sin \beta = -F_1 + F_3 \frac{\cos \beta}{\cos \alpha} \sin \alpha + F_3 \sin \beta = \\ &= -F_1 + F_3 \cos \beta \tan \alpha + F_3 \sin \beta. \end{aligned}$$

Riordinando i termini si ottiene $F_3(\cos \beta \tan \alpha + \sin \beta) = F_1$, da cui

$$F_3 = \frac{F_1}{\cos \beta \tan \alpha + \sin \beta} = \frac{10 \text{ N}}{\cos 45 \cdot \tan 30 + \sin 45} = 8.97 \text{ N}.$$

Sostituendo nella (1) si ottiene

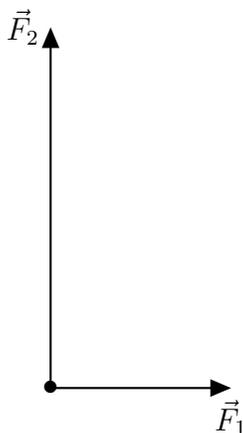
$$F_2 = F_3 \frac{\cos \beta}{\cos \alpha} = 8.97 \text{ N} \cdot \frac{\cos 45}{\cos 30} = 7.32 \text{ N}.$$

□

2 Esercizi

Esercizio 2. Su un punto materiale agiscono due forze, come mostrato in figura. I moduli delle due forze sono $F_1 = 1 \text{ N}$ e $F_2 = 2 \text{ N}$.

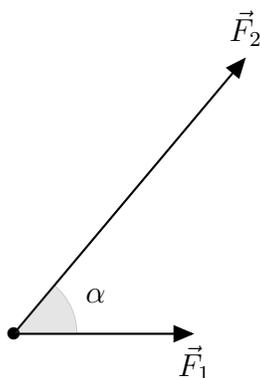
- (a) Calcolare il modulo della forza risultante e rappresentarla.
- (b) Determinare la direzione della forza risultante.
- (c) Determinare la forza \vec{F} tale per cui il punto risulta in equilibrio e rappresentarla.



[(a) $R = 2.24 \text{ N}$, (b) $\alpha_R = 63.4 \text{ deg}$, (c) $\vec{F} = (-1 \text{ N})\hat{i} + (-2 \text{ N})\hat{j}$]

Esercizio 3. Su un punto materiale agiscono due forze, come mostrato in figura. I moduli delle due forze sono $F_1 = 1 \text{ N}$ e $F_2 = 2 \text{ N}$, mentre l'angolo compreso è $\alpha = 50 \text{ deg}$.

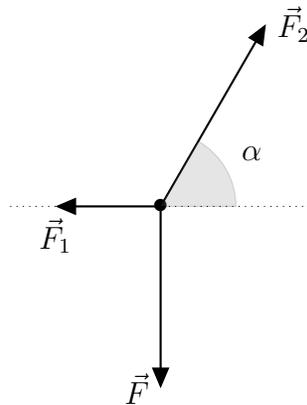
- (a) Calcolare il modulo della forza risultante e rappresentarla.
- (b) Determinare la direzione della forza risultante.
- (c) Determinare la forza \vec{F} tale per cui il punto risulta in equilibrio e rappresentarla.



[(a) $R = 2.75 \text{ N}$, (b) $\alpha_R = 33.8 \text{ deg}$, (c) $\vec{F} = (-2.29 \text{ N})\hat{i} + (-1.53 \text{ N})\hat{j}$]

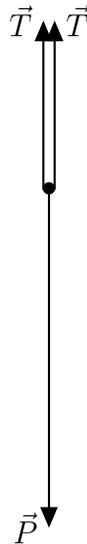
Esercizio 4. Su un punto materiale agiscono tre forze, come mostrato in figura. La forza \vec{F}_1 ha modulo 70 N, mentre la forza \vec{F}_2 ha modulo 140 N e forma un angolo $\alpha = 60$ deg con la direzione orizzontale. Il punto materiale è in equilibrio.

- (a) Calcolare il modulo di \vec{F} .
 (b) Se \vec{F}_2 avesse modulo 100 N il punto sarebbe in equilibrio? Giustificare opportunamente la risposta.



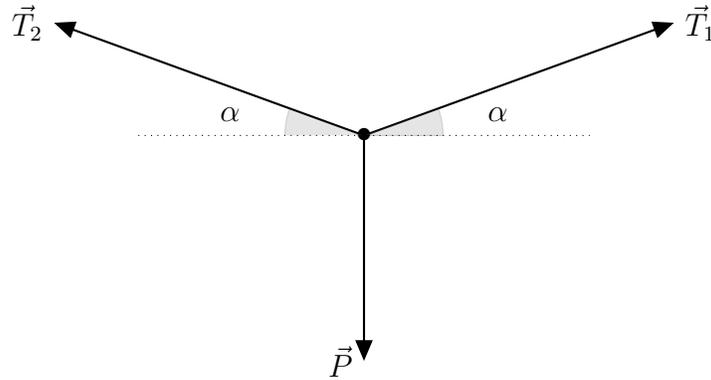
[$F = 121.2$ N, (b) No]

Esercizio 5. Su un punto materiale agiscono tre forze, come mostrato in figura: la forza \vec{P} è diretta verso il basso e ha modulo $P = 20$ N, mentre le due forze \vec{T} sono uguali e dirette verso l'alto. Calcolare il modulo di \vec{T} affinché il punto materiale sia in equilibrio.



[$T = \frac{1}{2}P = 10$ N]

Esercizio 6. Su un punto materiale agiscono tre forze, come mostrato in figura: la forza \vec{P} è diretta verso il basso e ha modulo $P = 5 \text{ N}$, mentre le forze \vec{T}_1 e \vec{T}_2 formano un angolo $\alpha = 20 \text{ deg}$ con la direzione orizzontale. Calcolare il modulo di \vec{T}_1 e \vec{T}_2 affinché il punto sia in equilibrio.



$$[T_1 = T_2 = \frac{P}{2 \sin \alpha} = 7.31 \text{ N}]$$