

Nome e cognome: _____

Classe: _____

Liceo Scientifico "A. Vallisneri"
Prova scritta di matematica

Esercizio 1 (10 punti). Rappresentare i seguenti insiemi nel modo indicato.

- (a) $A = \{-10, -9, -8, \dots, 8, 9, 10\}$ per proprietà caratteristica.
- (b) $B = \{n \in \mathbb{N} : n = 3\ell - 1, \ell \in \mathbb{N}, 1 \leq \ell \leq 3\}$ per elencazione.
- (c) $C = \{10, 12, 14, 16, 18\}$ per proprietà caratteristica.
- (d) $D = \{n \in \mathbb{N} : n \text{ divide } 16\}$ per elencazione.
- (e) $E = \{2, 7, 12, 17, 22, 27, 32, \dots\}$ per proprietà caratteristica.

Esercizio 2 (10 punti). Enunciare la definizione di intersezione e unione di due insiemi. Dati gli insiemi

$$A = \{n \in \mathbb{N} : 1 \leq n \leq 5\} \quad \text{e} \quad B = \{2, 4, 6\},$$

determinare $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, e il complementare di A dentro \mathbb{N} .

Esercizio 3 (8 punti). Si considerino gli insiemi $A = \{1, 3\}$ e $B = \{6, 8, 10, 12\}$.

- (a) Senza determinare $A \times B$, calcolare la cardinalità di $A \times B$ e di $A \times A$.
- (b) Scrivere per elencazione $A \times B$ e $A \times A$.
- (c) Scrivere il sottoinsieme di $A \times B$ delle coppie (a, b) per cui a è un divisore di b . Si tratta di un sottoinsieme proprio di $A \times B$?

Esercizio 4 (10 punti). In una classe di 30 ragazzi si sa che 6 hanno pc, scooter e cellulare, i 10 che hanno lo scooter hanno almeno pc o cellulare, 8 hanno sia il pc che lo scooter, dei 20 che hanno il cellulare 14 hanno anche il pc, 3 non possiedono nessuno di questi. Quanti ragazzi possiedono lo scooter e il cellulare, ma non il pc? Quanti possiedono almeno due dei tre oggetti?

Esercizio 5 (7 punti). Dimostrare che $\overline{(\overline{A \cap B}) \cup C} = (A \cup B) \setminus C$ sia con i diagrammi di Venn, sia applicando le proprietà delle operazioni insiemistiche.

Esercizio 6 (9 punti). Enunciare la definizione di congiunzione logica. Si consideri poi la formula $p \wedge (\overline{q} \vee p)$.

- (a) Costruire la tavola di verità della formula.
- (b) Usando solo le proprietà dei connettivi, dimostrare che la precedente formula è una contraddizione.

Esercizio 7 (6 punti). Dire se le seguenti deduzioni sono logicamente corrette e, se sì, su quale schema di ragionamento si basano.

- (a) Se le rette r e s sono perpendicolari a t allora r e s sono parallele. Ma r e s hanno un punto in comune e dunque non sono entrambe perpendicolari a t .
- (b) Un numero primo > 2 è sempre dispari. Poiché 11 è dispari allora è un numero primo.
- (c) In un rombo le diagonali sono perpendicolari. Il quadrilatero $ABCD$ è un rombo, dunque $ABCD$ ha le diagonali perpendicolari.

Esercizio 8 (10 punti). Per i punti (a) e (b): si riformuli in linguaggio comune la proposizione scritta in simboli. Per il punto (c): si scriva in simboli la proposizione scritta in linguaggio comune. Dopodiché, per tutte le proposizioni, si dica se sono vere o false, giustificando opportunamente la risposta.

- (a) $\exists n \in \mathbb{N} : n^2 = 2$
- (b) $\forall n \in \mathbb{Z} n - 1 \in \mathbb{Z}$
- (c) Esiste un numero intero il cui cubo è -1
- (d) $\exists x \in \mathbb{Z} : \forall y \in \mathbb{Z} xy = y$

Esercizio 9 (5 punti). Scrivere in linguaggio comune la negazione delle seguenti proposizioni.

- (a) Tutti i ragazzi sotto i 20 anni praticano uno sport.
- (b) Ci sono italiani che non amano la musica di Verdi.

Esercizio 10 (5 punti). Data la frase “avere il green pass è condizione necessaria per poter accedere in palestra”, riformularla come implicazione nella forma “se... allora...”.

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Es. 5	Es. 6	Es. 7	Es. 8	Es. 9	Es. 10

Voto: _____