

Nome e cognome: _____

Classe: _____

Liceo Scientifico "A. Vallisneri"
Prova scritta di matematica

Esercizio 1 (15 punti). Calcolare il valore delle seguenti espressioni, applicando il più possibile le proprietà delle potenze:

- (a) $\{-(+7) - [-3 \cdot (-3)]\} + (-6) \cdot (-1) - [-(-2)] - \{ -[-(-5)] - (-1) \cdot (-3) \}$
- (b) $[1 - (2^5 : 2^3)^3 : 2^5]^{2021} \cdot \{ [(2^5 : 4^2) + (3^{10} : 27^3)]^4 : 25^2 \}$
- (c) $[(-4)^3 \cdot 4^4 \cdot (-4)^2] : [(-4)^3 \cdot (-2^2)]^2 - [-2^3 \cdot (-2)^0]$

Esercizio 2 (9 punti). Sia n un numero che ha resto 1 nella divisione per 3. Dimostrare che $n^2 + 2$ è multiplo di 3.

Esercizio 3 (6 punti). Vero o falso? Giustificare opportunamente le risposte.

- (a) Se a è un numero intero allora $|a| = +a$.
- (b) Sia $a \neq 0$ un numero intero. Allora $-a^2$ è un numero negativo.
- (c) Sia $a \neq 0$ un numero intero. Allora $(-a)^2$ è un numero negativo.

Esercizio 4 (10 punti). Un comune vuole installare dei lampioni per illuminare tre strade lunghe rispettivamente 150 m, 210 m e 300 m. I vincoli che il comune impone sono due: la distanza tra due lampioni consecutivi deve essere la stessa in tutte e tre le strade, e ci deve essere un lampione all'inizio e uno alla fine di ogni strada. Qual è il minimo numero di lampioni occorrenti? A che distanza andranno posti?

Esercizio 5 (15 punti).

- (a) Cosa significa che d è un divisore di n ? Enunciare la definizione.
- (b) Supponiamo che d sia un divisore di n e anche di m . Dimostrare che allora d è un divisore di $n + m$.

Esercizio 6 (8 punti). Federico possiede un bancomat che utilizza raramente. Il PIN del bancomat è formato da cinque cifre non tutte distinte. Federico ne ricorda solo quattro, che sono

$$7\ 2 \bullet 5\ 2.$$

Ad un certo punto Federico si ricorda che il numero che costituisce il PIN è divisibile per 6. Avendo a disposizione solo tre tentativi, può Federico riuscire a prelevare dal bancomat i soldi di cui necessita senza che gli venga bloccata la carta?

Esercizio 7 (18 punti). Rispondere alla seguenti due richieste.

- (a) Enunciare il teorema fondamentale dell'aritmetica.
- (b) Calcolare il numero di divisori di 600 e di 140, senza elencarli esplicitamente.

Svolgere *almeno uno* dei seguenti due esercizi.

- (c1) Qual è il più piccolo numero naturale ad avere esattamente 12 divisori?
- (c2) Dimostrare che n è un quadrato perfetto se e solo se n ha un numero dispari di divisori.

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Es. 5	Es. 6	Es. 7

Voto: _____