

Nome e cognome: _____

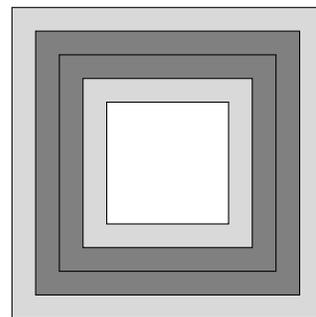
Classe: _____

Liceo Scientifico "A. Vallisneri"
Prova scritta di matematica

Esercizio 1 (25 punti). Semplificare le seguenti espressioni, utilizzando ove possibile i prodotti notevoli. Se possibile, scrivere il risultato come prodotto di polinomi.

- (a) $a \{3a^3 - [(-ab + b^2 - 2a^2)a + ab(a - b) - b^3]\} - a^3(5a + b)$
(b) $-\frac{7}{2}a^2b^2 - (a^2 - \frac{1}{2}b^2)^2 - b^2(a - \frac{1}{2}b)^2 + (a - \frac{1}{2}b)^2(a + \frac{1}{2}b)^2 - (-\frac{3}{4}b^2)^2$
(c) $(x + 1)^3 - (x - 2)^3 - 9(1 - x) - \left[\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 \right]^2 - x(x + 16)$
(d) $(a^n - a^2 - 1)^2 - (a^n + a^2 + 1)^2 - 4a^n(a - 1)(a + 1)$
(e) $(x + y + 1)(x + y - 1) + (x + y)^2 - 2(x + y)(x - y) - (2y + 1)(2y - 1)$

Esercizio 2 (8 punti). La figura a fianco è costituita da un quadrato centrale di lato ℓ e da quattro cornici concentriche, ciascuna spessa 1. Calcolare l'area della regione colorata in chiaro e l'area della regione colorata in scuro. Cosa si osserva?



Esercizio 3 (5 punti).

- (a) Dare la definizione di *fattoriale* di un numero naturale.
(b) Determinare quanti divisori ha il numero $9!$ (non serve ovviamente calcolare esplicitamente il fattoriale).

Esercizio 4 (8 punti).

- (a) Sia $p(x)$ un polinomio in $\mathbb{R}[x]$. Cosa significa valutare p in $x = \alpha$, con $\alpha \in \mathbb{R}$?
(b) Valutare il polinomio $p(x) = \sqrt[67]{2} \cdot x^{34} - 1000! \cdot x^2 + 7$ in $x = 0$. Che cosa si ottiene in generale valutando un polinomio p in $x = 0$? Giustificare opportunamente la risposta.
(c) Determinare il grado e il termine noto del polinomio $(15x^5 + 37x - 1)^{2022}$.

Esercizio 5 (10 punti).

- (a) Scrivere la formula del binomio di Newton per lo sviluppo di $(A + B)^7$ e calcolare esplicitamente il coefficiente del monomio A^3B^4 .
- (b) Calcolare il coefficiente di a^3b^4 nello sviluppo di $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{5}}a + \frac{1}{\sqrt{7}}b\right)^7$.
- (c) Calcolare il coefficiente del monomio a^4b^{30} nello sviluppo di $(3a^2 - b^3)^{12}$.

Esercizio 6 (8 punti). Si considerino due numeri pari consecutivi. Dimostrare che la somma dei loro quadrati diminuita di 4 è un multiplo di 16.

Esercizio 7 (8 punti). Si considerino due numeri interi che differiscono di 2. Dimostrare che la differenza tra i loro cubi ha resto 2 nella divisione per 6.

Esercizio 8 (5 punti). Tre amici devono risolvere 9 problemi di matematica e decidono di farne 3 a testa. In quanti modi diversi possono ripartirsi? Semplificare il più possibile il risultato, ma senza calcolarlo esplicitamente.

Esercizio 9 (8 punti). Negli esercizi che seguono non occorre calcolare il risultato.

- (a) Quanti sono gli anagrammi della parola SANREMO?
- (b) Quanti anagrammi della parola SANREMO iniziano per S? E quanti per SAN?
- (c) Quanti sono gli anagrammi della parola MATEMATICA?

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Es. 5	Es. 6	Es. 7	Es. 8	Es. 9

Voto: _____