

Nome e cognome: _____

Classe: _____

Liceo Scientifico "A. Vallisneri"
Prova scritta di matematica

Esercizio 1 (15 punti). Calcolare il valore delle seguenti espressioni, applicando il più possibile le proprietà delle potenze:

(a) $[3^2 + 2^2 - (-2) \cdot (-6)]^8 + 2023^0 - [-3 - (+5) + 10]$

(b) $[(-2)^3 \cdot 2^4 \cdot (-2)^2] : (-2^2)^3 - [(-2)^2]^3 - \{-[-(-2)]\}$

(c) $[(3^8 : 9^3)^3 : 3^4 - 10]^{2023} + [9 \cdot (-3)^4 : 3^5]^2 \cdot 2^2 - 30$

Esercizio 2 (15 punti). Rispondere ai seguenti quesiti, giustificando opportunamente le risposte date.

- (a) Calcolare $-3^3 \cdot (-3)^5$, lasciando il risultato scritto come potenza.
- (b) Il numero $2^9 \cdot 3^{15} \cdot 11^3$ è un cubo perfetto? Se sì, di quale numero?
- (c) Sia $n < 0$ intero. Dire che segno hanno i seguenti numeri: n^5 , $(-n)^4$, $-n^4$, $|-n|^7$.
- (d) Il minimo comune multiplo di due numeri distinti è un numero primo p . Quanto vale il loro massimo comun divisore?
- (e) Sia $n = p^2q$, con p e q primi distinti. Quanti divisori possiede n ? Calcolare questo numero e solo successivamente elencare tutti i divisori di n , verificando il risultato ottenuto.
- (f) Con l'eccezione di 2 e 3, la distanza fra due qualsiasi numeri primi è pari. Perché?

Esercizio 3 (10 punti). Sia n un numero naturale che ha resto 2 nella divisione per 4.

- (a) Dimostrare che $n^2 - 4$ è multiplo di 16.
- (b) Dimostrare che, di più, $n^2 - 4$ è multiplo di 32.

Esercizio 4 (10 punti). Determinare il più piccolo numero naturale che ha esattamente 20 divisori.

Esercizio 5 (10 punti). Sia $n \geq 1$ un numero intero.

- (a) Dimostrare che $3n + 1$ e n sono primi tra loro.
- (b) Quanto può valere il massimo comun divisore fra $3n + 2$ e n ?

Esercizio 6 (10 punti + ☺).

- (a) Dimostrare che non può esistere una terna di numeri primi consecutivi tali che ciascuno disti 4 unità dal precedente.
- (☺) I numeri primi 3, 5, 7, 11 sono tali che il secondo dista 2 dal primo, il terzo dista 2 dal secondo e il quarto dista 4 dal terzo. Dimostrare che non esistono altre quaterne di numeri primi con questa proprietà.

Esercizio 7 (5 punti). Un numero naturale si dice *palindromo* quando non cambia se viene letto al contrario, come per esempio 1221, 575, 95659. Determinare il più piccolo numero palindromo di quattro cifre che sia multiplo di 15.

Esercizio 8 (5 punti). L'orologio A emette un suono ogni 20 minuti, mentre l'orologio B ogni 15 minuti. In un certo momento i due orologi suonano contemporaneamente. Dopo quanto tempo i due orologi suoneranno insieme per la prima volta?

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Es. 5	Es. 6	Es. 7	Es. 8

Voto: _____