

Liceo Scientifico "A. Vallisneri"  
Prova scritta di matematica

**Esercizio 1 (15 punti).** Calcolare il valore delle seguenti espressioni, applicando il più possibile le proprietà delle potenze:

(a)  $\left\{ [(-0.\overline{3})^{-4}]^{-3} : [(0.2 \cdot 0.\overline{5})^{-5}]^{-1} - \frac{1}{3} \right\}^{-1} + 0.5$

(b)  $\frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{28} \left(-\frac{2}{3}\right)^2 : \left[\left(-\frac{2}{3}\right)^3\right]^9}{1 - \left(-\frac{1}{3} + 1\right)^2} \cdot \left(-\frac{6}{7}\right)$

(c)  $\left(-\frac{2}{3}\right)^4 \left(\frac{2}{3}\right)^3 \left(-\frac{2}{3}\right)^{-5} \left(-\frac{3}{2}\right)^3 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left[-\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\right]^{-1}$

**Esercizio 2 (20 punti).** Rispondere ai seguenti quesiti, giustificando opportunamente le risposte date.

- (a) Dati due numeri naturali  $n$  e  $m$  non entrambi nulli, dare la definizione di  $\text{MCD}(n, m)$  e dimostrare che esiste.
- (b) Cosa significa che  $\mathbb{Q}$  è denso? L'insieme  $\mathbb{N}$  possiede questa proprietà?
- (c) Dei seguenti numeri, dire che tipo di rappresentazione decimale hanno e, solo successivamente, esplicitare tale rappresentazione decimale:

$$\frac{7}{250}, \quad \frac{20}{111}, \quad \frac{1}{18}.$$

- (d) Disporre in ordine crescente i seguenti numeri razionali:  $0.\overline{3}$ ,  $0.3$ ,  $(0.\overline{3})^{-1}$ ,  $(0.\overline{3})^2$ ,  $0.\overline{30}$ .
- (e) Si consideri il numero  $2023.1001000010000001\dots$ , dove la  $k$ -esima cifra decimale è 1 se  $k$  è un quadrato perfetto e 0 altrimenti. Il numero è razionale?
- (f) Sia  $x$  un numero irrazionale. Dimostrare che  $2x$  è ancora un numero irrazionale.

**Esercizio 3 (10 punti).** Dimostrare che  $\sqrt[5]{2}$  è un numero irrazionale.

**Esercizio 4 (15 punti).** Un oggetto costa 200 euro ma, prima del periodo natalizio, un negoziante decide di aumentarne il prezzo del 10%. Dato che l'oggetto è rimasto invenduto, dopo le vacanze di Natale il negoziante, che purtroppo ha studiato molto male Matematica, decide di abbassare il prezzo del 10% pensando di tornare al prezzo iniziale.

- (a) Qual è il prezzo dell'oggetto durante il periodo natalizio?
- (b) Qual è il prezzo dell'oggetto dopo che il negoziante ha riabbassato il prezzo? A che percentuale del prezzo iniziale corrisponde?
- (c) Di che percentuale è variato il prezzo rispetto al prezzo iniziale?
- (d) Ricavare la risposta alle due domande precedenti senza sfruttare il prezzo dell'oggetto.

**Esercizio 5 (10 punti).** Rispondere ai seguenti quesiti, giustificando opportunamente le risposte date.

- (a) Un maglione costa 50 euro e subisce uno sconto del 36%. A quanto ammonta lo sconto?
- (b) A che percentuale corrisponde il 40% del 7%?
- (c) È vero che il 3% di 7 è uguale al 7% di 3? In caso di risposta affermativa, questa proprietà è valida in generale?
- (d) Un oggetto **A** costa il 50% in più di un oggetto **B**. È vero che **B** costa il 50% in meno di **A**?

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Es. 5

Voto: \_\_\_\_\_