

Nome e cognome: \_\_\_\_\_

Classe: \_\_\_\_\_

Liceo Scientifico "A. Vallisneri"  
Prova scritta di matematica

**Esercizio 1 (10 punti).** Determinare il campo di esistenza delle seguenti espressioni:

(a)  $\frac{\sqrt{3-x}}{\sqrt{x^2-3}} - \frac{1}{\sqrt[3]{x-3}}$

(b)  $\sqrt{\frac{x^3-1}{2x}} + \sqrt{\frac{x^4}{2-x}}$

**Esercizio 2 (15 punti).**

(a) Semplificare la seguente espressione:

$$(1 + \sqrt{2})^2 - \frac{1}{2 + \sqrt{2}} - \left(\sqrt{2} + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} - \sqrt{3}\right) \left(\frac{1}{2} + \sqrt{3}\right) + 3$$

(b) Semplificare la seguente espressione, dopo averne determinato le condizioni di esistenza:

$$\frac{x-4}{\sqrt{x}-2} + \frac{x+4+4\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \sqrt{9x}$$

(c) Semplificare la seguente espressione, dopo averne determinato le condizioni di esistenza e aver rappresentato il corrispondente insieme sul piano cartesiano:

$$\sqrt{9x^2y} - 2x\sqrt[4]{y^2} + x^2\sqrt{\frac{y}{x^4}}.$$

Se dovessero rimanere dei valori assoluti, distinguere in casi e semplificare ulteriormente il risultato dell'espressione.

**Esercizio 3 (20 punti).** Trasportare fuori dal segno di radice tutti i fattori possibili e/o semplificare i seguenti radicali:

(a)  $\sqrt{a^2 - a^3}$

(c)  $\sqrt{\frac{x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1}{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}}$

(b)  $\sqrt[4]{\frac{a^2b^4}{c^6}}$

(d)  $\sqrt{\frac{a^3b^8}{c}}$

**Esercizio 4 (15 punti).** Risolvere in  $\mathbb{R}$  le seguenti equazioni o disequazioni:

(a)  $\frac{x + \sqrt{5}}{x - \sqrt{5}} - \frac{x}{x + \sqrt{5}} = \frac{10}{5 - x^2}$

(b)  $\frac{x}{\sqrt{2} + 1} - x \geq \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}$

(c)  $\frac{x^3 - 8x}{\sqrt{5}x - 5} \geq 0$

**Esercizio 5 (5 punti).** Trasportare dentro il segno di radice il fattore esterno, discutendo il risultato a seconda del suo segno:

$$(a - 1)\sqrt{\frac{a}{a^2 - 2a + 1}}$$

**Esercizio 6 (5 punti).**

(a) Per  $n \geq 1$  intero, si razionalizzi il denominatore dell'espressione

$$\frac{1}{(n + 1)\sqrt{n} + n\sqrt{n + 1}}$$

e si spezzi la frazione in due addendi.

(b) Usando quanto ottenuto al punto precedente, calcolare la somma

$$\frac{1}{2\sqrt{1} + 1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{99\sqrt{98} + 98\sqrt{99}} + \frac{1}{100\sqrt{99} + 99\sqrt{100}}$$

(c) E se la precedente somma fosse estesa ad infiniti addendi?

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Es. 5	Es. 6

Voto: \_\_\_\_\_