Nome e cognome: ______________________________ Classe: ________

Liceo Scientifico “A. Vallisneri”

# Prova scritta di matematica

**Esercizio 1 (20 punti).** Sia $ABC$ un triangolo e siano $M$ e $N$ i punti medi dei lati $AB$ e $AC$, rispettivamente. Si conducano la perpendicolare ad $AB$ in $M$ e ad $AC$ in $N$, e si indichi con $O$ il punto di intersezione di tali due perpendicolari.

(a) Dimostrare che il quadrilatero $AMON$ è inscrivibile in una circonferenza. Qual è il centro della circonferenza circoscritta a $AMON$?

(b) Dimostrare che se $ABC$ è isoscele sulla base $BC$ allora il quadrilatero $AMON$ è circoscrivibile ad una circonferenza.

(c) Dimostrare che se $AMON$ è circoscrivibile ad una circonferenza allora $ABC$ è isoscele sulla base $BC$.

*Suggerimento.* Ricordare il punto (a). Supporre per assurdo che $ABC$ non sia isoscele, quindi, senza perdere di generalità, che $AM > AN$.

**Esercizio 2 (20 punti).** In una circonferenza viene inscritto un triangolo isoscele $ABC$ di base $BC$. Sia $O$ l'incentro del triangolo e siano $D$ e $E$ i punti in cui le rette $BO$ e $CO$ intersecano la circonferenza.

(a) Dimostrare che $DE$ è parallelo a $BC$.

(b) Dimostrare che $BCDE$ è o un trapezio isoscele o un rettangolo.

(c) Dimostrare che $BCDE$ è un rettangolo se e solo se $ABC$ è equilatero.

**Esercizio 3 (10 punti).** Enunciare e dimostrare il teorema sulla condizione necessaria e sufficiente alla circoscrivibilità di un quadrilatero ad una circonferenza.

| **Es. 1** | **Es. 2** | **Es. 3** |
|---|---|---|
| | | |

Voto: ________