

Liceo Scientifico "A. Vallisneri"  
Prova scritta di matematica

**Esercizio 1 (15 punti).** Risolvere in  $\mathbb{R}$  le seguenti equazioni:

(a)  $x^8 - 3x^7 + x^6 + 3x^5 - 2x^4 = 0$  (specificare la molteplicità delle soluzioni)

(b)  $\frac{x^3}{x-1} + \frac{2x^6 + 3x^3 - 3}{x^2 - 1} = \frac{x^3}{x+1}$

(c)  $\frac{1}{x^4 - x^2} + \frac{2}{x^4} = \frac{1}{x^2 - 1}$

**Esercizio 2 (10 punti).** Si consideri la famiglia di equazioni

$$ax^2 + 2\sqrt{3}x - 4 - a = 0, \quad \text{con } a \in \mathbb{R} \text{ e } a \neq 0.$$

Determinare i valori di  $a$  per i quali la corrispondente equazione

- (a) ha soluzioni reali;
- (b) ha soluzioni reali che hanno prodotto uguale a 2;
- (c) ha soluzioni reali positive;
- (d) ha soluzioni reali tali che la somma dei reciproci dei loro quadrati è pari a 1.

**Esercizio 3 (10 punti).** Si consideri la famiglia di parabole di equazione

$$y = -x^2 - kx + k + 1, \quad \text{con } k \in \mathbb{R}.$$

- (a) Determinare per quali  $k$  si ha una parabola che passa dal punto di coordinate  $(-2, 3)$ .

D'ora in avanti si ponga  $k = 2$  e si consideri la corrispondente parabola  $\mathcal{P}$ .

- (b) Si disegni il grafico di  $\mathcal{P}$ , dopo averne determinato intersezioni con gli assi cartesiani e vertice.
- (c) Dopo aver rappresentato la retta  $r$  di equazione  $y = -2x$ , determinare le coordinate degli eventuali punti intersezione di  $r$  e  $\mathcal{P}$ .

**Esercizio 4 (5 punti).**

- (a) Se esiste, esibire un polinomio di quinto grado con esattamente due radici, una di molteplicità 2 e una di molteplicità 1.
- (b) Se esiste, esibire un polinomio di quinto grado con esattamente due radici, entrambe di molteplicità 1.

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4

Voto: \_\_\_\_\_