

Prova scritta di matematica

Nome e cognome: _____

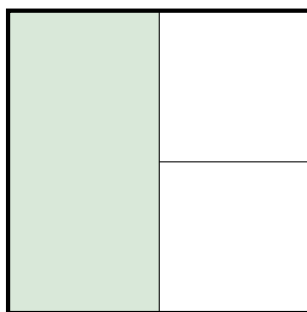
Istruzioni per la consegna

- Presentare con chiarezza la strategia risolutiva adottata, indicando i teoremi e le proprietà utilizzati e motivando ogni passaggio del ragionamento.
- Utilizzare un linguaggio matematico corretto e coerente, rispettando il formalismo e la simbologia propri della disciplina.
- Esporre il procedimento risolutivo in modo ordinato e preciso.

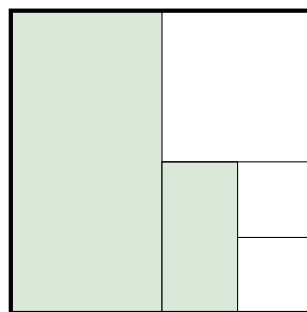
[15 pt] Esercizio 1. Dimostrare che per ogni $n \geq 1$ vale

$$\sum_{j=1}^n j(j+1) = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \cdots + n(n+1) = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2).$$

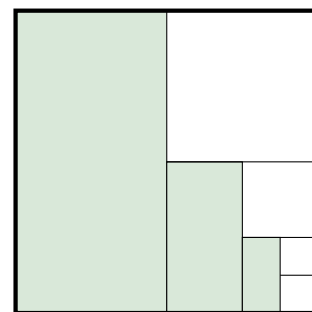
[15 pt] Esercizio 2. Si considera un quadrato di lato ℓ . Al passo $n = 1$ lo si divide verticalmente in due parti congruenti, si colora il rettangolo a sinistra (che chiamiamo rettangolo colorato numero 1) e si divide orizzontalmente il rettangolo a destra in due parti congruenti. Si ripete la costruzione descritta nel quadrato che si forma in basso a destra. La figura sotto mostra i primi tre passi della costruzione.



$n = 1$



$n = 2$



$n = 3$

- Siano a_n e b_n rispettivamente il lato orizzontale e verticale del rettangolo colorato numero n . Scrivere le espressioni esplicite delle successioni $(a_n)_{n \geq 1}$ e $(b_n)_{n \geq 1}$.
- Calcolare l'area A_n del rettangolo colorato numero n e l'area complessiva dei primi n rettangoli colorati.
- Calcolare l'area della parte colorata quando $n \rightarrow +\infty$.

[5 pt] **Esercizio 3.** Si consideri la successione $(a_n)_{n \geq 0}$ definita per ricorrenza da

$$\begin{cases} a_0 = 0 \\ a_{n+1} = a_n + 3 \end{cases}.$$

Determinare la somma dei primi 101 termini della successione.

[5 pt] **Esercizio 4.** Calcolare la somma dei primi n numeri dispari (con $n \geq 1$), ovvero la somma $1 + 3 + \cdots + (2n - 1)$.

[5 pt] **Esercizio 5.** Siano a , b e c tre numeri non nulli. È noto che a , b , c e $2b$ sono in progressione geometrica. Dire quanto vale il rapporto $\frac{c}{a}$ e calcolare la ragione della progressione.

[5 pt] **Esercizio 6.** Sia $(a_n)_{n \geq 0}$ una progressione aritmetica. Dimostrare che, per ogni $n \geq 1$, il termine a_n è la media aritmetica del termine immediatamente precedente e del termine immediatamente successivo.

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Es. 5	Es. 6

Voto: _____