

Liceo Scientifico “A. Vallisneri” – Classe 5B

Prova scritta di matematica

Nome e cognome: _____

Istruzioni per la consegna

- Presentare con chiarezza la strategia risolutiva adottata, indicando i teoremi e le proprietà utilizzati e motivando ogni passaggio del ragionamento.
- Utilizzare un linguaggio matematico corretto e coerente, rispettando il formalismo e la simbologia propri della disciplina.
- Esporre il procedimento risolutivo in modo ordinato e preciso.

[10 pt] Esercizio 1. Calcolare la derivata prima delle seguenti funzioni:

(a) $f(x) = \arctan \frac{1}{\sqrt{x}}$

(d) $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x-1}}$

(b) $f(x) = e^{x^2 \cos x}$

(e) $f(x) = \ln \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$

(c) $f(x) = x^2 \ln x$

[10 pt] Esercizio 2. Si consideri la famiglia di funzioni $f_{a,b}$ definita da

$$f_{a,b}(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+ax)}{4x} & \text{se } x < 0 \\ x^2 + bx + 1 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

con $a, b \in \mathbb{R}$ e $a > 0$.

- (a) Determinare il dominio di $f_{a,b}$.
- (b) Determinare per quali a e b la funzione $f_{a,b}$ è continua in tutto il suo dominio.
- (c) Determinare per quali a e b la funzione $f_{a,b}$ è derivabile in tutto il suo dominio.

[15 pt] Esercizio 3. Per ciascuna delle funzioni assegnate, stabilire dove la funzione è continua, classificare eventuali punti di discontinuità o singolarità, stabilire dove la funzione è derivabile e classificare eventuali punti di non derivabilità.

(a) $f(x) = \frac{|x(e^x - e)|}{x}$

(b) $f(x) = x|\ln(x^2)|$

[10 pt] Esercizio 4. Data la funzione

$$f(x) = \ln x - \ln^2 x$$

dimostrare che esistono due rette r e s tangenti al grafico della funzione che passano per il punto $P = (0, 1)$ e scrivere le rispettive equazioni.

[Esame di stato 2017, sessione straordinaria]

[20 pt] Esercizio 5. Siano $a, b \in \mathbb{R}$ e si consideri la famiglia di funzioni definita da

$$f_{a,b}(x) = ax^4 + bx^3.$$

- (a) Determinare a e b affinché il grafico di $f_{a,b}$ passi per il punto $(1, 1)$ e abbia retta tangente in $x = 2$ parallela alla retta di equazione $y = -8x$.
- (b) Posto $a = -1$ e $b = 2$, studiare la funzione così ottenuta e tracciarne il grafico. Dare l'equazione delle tangenti inflessionali.

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Es. 5

Voto: _____