

**Analisi Matematica II e Matematica III**  
**Corso di Ingegneria Informatica**  
**Prova scritta di esame del 02-07-2011**

*-Prima di iniziare il compito scrivere cognome e nome su ogni foglio; i fogli senza nome saranno annullati.*

*-E' obbligatorio consegnare tutti i fogli della minuta; un compito senza minuta è da considerarsi nullo; le risposte senza giustificazione sulla minuta sono nulle.*

*-E' proibito il libro, ma si possono usare gli appunti.*

*-E' proibito parlare con gli altri candidati o copiare (ovvio, ma sempre bene ripeterlo!)*

BUON LAVORO!

**PRIMA PROVA**

Sia  $y(t)$  la soluzione della seguente problema di Cauchy

$$y'(t) - \min(2e, y(t)) = 0; \quad y(0) = 2;$$

e si valuti  $y'(2)$ . Inoltre si calcolano (se esistono) gli asintoti della soluzione per  $t \rightarrow \pm\infty$ .

**SECONDA PROVA**

Enunciare correttamente il teorema del rotore (formula di Stokes in 3 dimensioni). Sia  $\vec{F}$  un campo regolare definito in tutto lo spazio e sia

$$\Phi_\lambda = \int_{\Sigma_\lambda} \vec{F} \cdot \vec{n} \, d\sigma$$

ove

$$\Sigma_\lambda = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + \lambda z^2 = 4; \ z \geq 0\}.$$

Applicare il teorema del rotore per dimostrare che il flusso  $\Phi_\lambda$ , per  $\lambda > 0$ , non dipende dal valore di  $\lambda$

**TERZA PROVA**

Una popolazione di batteri inizialmente conta 500 individui, dopo 3 ore ne conta 8000. Supponendo che la crescita della popolazione sia proporzionale al numero dei suoi individui, i.e.  $N'(t) = kN(t)$ , rispondere ai seguenti quesiti:

- determinare un'espressione per il numero di batteri dopo  $t$  ore;
- determinare il numero di batteri dopo 4 ore;
- dire dopo quanto tempo ci saranno 32000 batteri.

**QUARTA PROVA (solo per Matematica III)**

Si calcoli

$$\oint_{C^+} \left( \frac{e^{zi}}{z(z^2 - 9)} + \cosh(iz^2) \right) dz$$

ove  $z = x + iy$  e  $C^+$  è la circonferenza unitaria centrata nell'origine e orientata in senso antiorario.