

**Analisi Matematica II e Matematica III**  
**Corso di Ingegneria Informatica**  
**Prova scritta di esame del 18-06-2011**

*-Prima di iniziare il compito scrivere cognome e nome su ogni foglio; i fogli senza nome saranno annullati.*

*-E' obbligatorio consegnare tutti i fogli della minuta; un compito senza minuta è da considerarsi nullo; le risposte senza giustificazione sulla minuta sono nulle.*

*-E' proibito il libro, ma si possono usare gli appunti.*

*-E' proibito parlare con gli altri candidati o copiare (ovvio, ma sempre bene ripeterlo!)*

BUON LAVORO!

**PRIMA PROVA**

Sia data una funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  derivabile due volte e limitata. Si consideri la seguente serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} f(nx)$$

e si dimostri che:

- la serie converge uniformemente su tutto  $\mathbb{R}$  ad una funzione  $g$
- se anche  $f'$  è limitata su tutto  $\mathbb{R}$ , si dimostri che  $g$  è derivabile
- si calcoli  $\int_0^1 g(x)dx$  sapendo che  $F(1/n) = F(0)$  ove  $F$  è una qualunque primitiva di  $f$ .

**SECONDA PROVA**

Applicare il teorema di Gauss-Green per calcolare area e baricentro della regione limitata dalla curva  $\gamma$ ;  $\gamma$  è composta dal segmento di estremi  $A = (-1, 0)$ ,  $B = (1, 0)$ , dal quarto di circonferenza  $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$  da  $B$  a  $C = (0, 1)$  e infine dall'arco di parabola  $y = -x^2 + 1$  da  $C$  fino ad  $A$ .

**TERZA PROVA**

Una torta viene tolta dal forno alle 17 quando è bollente ( $100^\circ C$ ). Dopo 10 minuti la sua temperatura  $T$  è di  $80^\circ C$ ; alle 17:20 è di  $65^\circ C$ . Determinare la temperatura della stanza (si usi la legge di Newton  $\frac{dT}{dt} = k(T - T_0)$  ove  $T$  è la temperatura del corpo e  $T_0$  è la temperatura dell'ambiente).

**QUARTA PROVA (solo per Matematica III)**

Si calcoli

$$\oint_{C^+} \left( \frac{e^{zi}}{z(4+z^2)} + \sin(iz) \right) dz$$

ove  $z = x + iy$  e  $C^+$  è la circonferenza unitaria centrata nell'origine e orientata in senso antiorario.