

Analisi 2, Secondo scritto sessione estiva

05 luglio 2010

1. Sulla superficie di uno stagno cresce una ninfea. L'equazione differenziale che governa la percentuale A di area dello stagno occupata dalla ninfea è

$$\frac{dA}{dt} = k \cdot A^2;$$

sappiamo che al tempo 0 la ninfea occupava un centesimo della superficie dello stagno, mentre al tempo 1 occupa la metà della superficie dello stagno. Quando verrà riempita tutta la superficie dello stagno?

2. Studiare la seguente serie di funzioni:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\sin(5 \cdot n^2 \cdot x)}{n^6}.$$

Definire quale è il dominio di f . Dire se è continua sul dominio e studiare la serie delle derivate. Provare che f è derivabile 2 volte.

3. Calcolare il baricentro del cono gelato dato dalla semisfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ per $z \geq 0$ e dal cono $z = -1 + \sqrt{x^2 + y^2}$ per $-1 \leq z \leq 0$ (integrale di volume).
4. Trovare la distanza minima tra le curve $\gamma(s) = (t^2 + 3)\mathbf{i} + (t + 7)\mathbf{j} + 9\mathbf{k}$ e $\beta = 5\mathbf{i} + 17\mathbf{j} + (2s + 7)\mathbf{k}$.