

Analisi 2, Terzo scritto sessione autunnale

20 settembre 2010

1. Studiare la seguente equazione differenziale lineare del secondo ordine:

$$x'' + 2x' + x = x^2 e^{-x}$$

trovare poi la soluzione particolare per $x(0) = 0$, $x'(0) = 1$.

2. Studiare la seguente serie di funzioni:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\sin(5 \cdot n^2 \cdot x)}{n^6}.$$

Definire quale è il dominio di f . Dire se è continua sul dominio e studiare la serie delle derivate. Provare che f è derivabile 2 volte.

3. Dato il campo vettoriale

$$\mathbf{F} = \frac{y + 2x}{x^2 + y^2} \mathbf{i} + \frac{2y + f(x)}{x^2 + y^2} \mathbf{j},$$

- (a) trovare una funzione $f(x)$ tale che il campo sia irrotazionale;
 - (b) trovata $f(x)$ trovare un potenziale definito nel semipiano $x > 0$;
 - (c) mostrare che il campo non è conservativo su $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$.
4. Trovare il punto della superficie $x^2 = zy + 2z + 4$ a distanza minima dall'origine e trovare il piano tangente nel punto.